

BÖLÜM 14: VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİ TESTLERİ

Önceki bölümde de ifade edildiği üzere, varyans analizinde F istatistiğinin kullanılabilmesi için kitle varyanslarının eşit / homojen olduğu varsayılır. Bu varsayımın kontrol edilmesi amacıyla aşağıda verilen yokluk hipotezi test edilir.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_J^2 = \sigma^2$$

$$H_1: En az bir \sigma_j^2 diğerlerinden farklıdır (j = 1, 2, \dots, J)$$

Bu yokluk hipotezini test etmek için kullanılabilecek çeşitli testler olmakla birlikte, bu bölümde sadece Levene Testi ve Brown-Forsthye Testi ele alınacaktır. Bu testler normal dağılım varsayımı gerektirmezler. Bu testler için veri yapısının tıpkı ANOVA'daki gibi olduğu varsayılır.

X_1	X_2	...	X_J
X_{11}	X_{12}		X_{1J}
X_{21}	X_{22}		X_{2J}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$X_{n_1 1}$	$X_{n_2 2}$		$X_{n_J J}$

14.1. Levene Testi

Bu test için X_{ij} gözlemleri aşağıdaki gibi bir dönüşüme tabi tutulur.

$$Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_j| \quad (14.1)$$

Levene testi bu Z_{ij} değerlerine (mutlak sapmalarına) varyans analizi uygulamaya dayanmaktadır. Buna göre gruplar arası kareler toplamı (GAKT) ve gruplar içi kareler toplamı (GIKT) aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$GAKT = \sum_{j=1}^J n_j (\bar{Z}_j - \bar{Z})^2 \quad (14.2)$$

$$GIKT = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n_j} (Z_{ij} - \bar{Z}_j)^2 \quad (14.3)$$

Burada $\bar{Z}_j$ j. gruba ilişkin mutlak sapmaların ortalaması ve $\bar{Z}$ tüm mutlak sapmaların ortalamasıdır.

Buna göre gruplar arası kareler ortalaması (GAKO) ve gruplar içi kareler ortalaması (GIKO) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$GAKO = \frac{GAKT}{J-1}, \quad GIKO = \frac{GIKT}{n-J} \quad (14.4)$$

Bu değerleri kullanarak F istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$F = \frac{GAKO}{GIKO} \sim F_{J-1; n-J} \quad (14.5)$$

Sonuç olarak $F_h > F_{J-1; n-J; 1-\alpha}$ olduğunda yokluk hipotezi reddedilir ve varyansların homojen olmadığına karar verilir.

14.1. Brown-Forsythe Testi

Levene testinden farklı olarak, bu test için X_{ij} gözlemlerinin dönüşümü esnasında grup ortalamaları yerine medyanlar kullanılır ve dönüşüm aşağıdaki gibi yapılır:

$$Z_{ij} = |X_{ij} - m_j| \quad (14.6)$$

Buna göre gruplar arası kareler toplamı (GAKT) ve gruplar içi kareler toplamı (GIKT) aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$GAKT = \sum_{j=1}^J n_j (\bar{Z}_j - \bar{Z})^2 \quad (14.7)$$

$$GIKT = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n_j} (Z_{ij} - \bar{Z}_j)^2 \quad (14.8)$$

Burada $\bar{Z}_j$ j. gruba ilişkin mutlak sapmaların ortalaması ve $\bar{Z}$ tüm mutlak sapmaların ortalamasıdır.

Buna göre gruplar arası kareler ortalaması (GAKO) ve gruplar içi kareler ortalaması (GIKO) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$GAKO = \frac{GAKT}{J-1}, \quad GIKO = \frac{GIKT}{n-J} \quad (14.9)$$

Bu değerleri kullanarak F istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$BF = \frac{GAKO}{GIKO} \sim F_{J-1; n-J} \quad (14.10)$$

Sonuç olarak $BF_h > F_{J-1; n-J; 1-\alpha}$ olduğunda yokluk hipotezi reddedilir ve varyansların homojen olmadığına karar verilir.

Örnek 14.1: A,B,C ve D ilaçlarının uygulandığı hastalardan rastgele seçilen 5'er hastanın tahlil sonuçları aşağıda verilmiştir.

İlaç Türü			
A	B	C	D
20	16	24	17
24	19	24	22
20	15	30	17
18	15	21	15
18	15	21	14
100	80	120	85

Buna göre $\alpha = 0.05$ olarak kitle varyanslarının eŖit olup-olmadığına;

- a. Levene testiyle
- b. Brown-Forsythe testiyle

karar veriniz.